

我是8位的

I am 8 bits, what about you?

随笔 - 205, 文章 - 0, 评论 - 103, 阅读 - 101万

导航

博客园

首页

新随笔

联系

订阅

管理

<

2022年3月

>

日	一	二	三	四	五	六
27	28	1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31	1	2
3	4	5	6	7	8	9

公告

你的支持是我的动力

欢迎关注微信公众号“我是8位的”



昵称：我是8位的

园龄：4年7个月

粉丝：288

关注：5

+加关注

盖楼抽奖

#她的梦想在发光#

HWD科技女性故事有奖征集

分享最打动你的科技女性故事

活动时间：2022年3月8日-3月18日

马上参与



搜索

找找看

谷歌搜索

常用链接

我的随笔

我的评论

我的参与

最新评论

我的标签

积分与排名

积分 - 457097

排名 - 1198

单变量微积分笔记10——拉格朗日中值定理

什么是拉格朗日中值定理

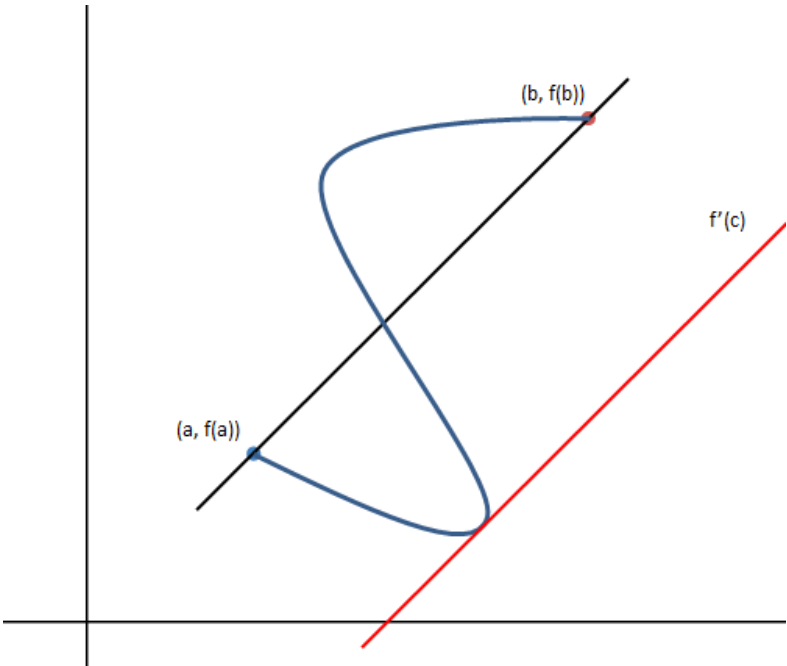
如果两地的距离是600公里，驾车走完这600公里耗时6小时，那么在某一时刻，你的速度必定会达到平均速度100公里/小时。

上述问题转换成数学语言： $f(x)$ 是距离关于时间的函数，那么一定存在：

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$$

$f'(c)$ 就是 c 时刻的瞬时速度。前提条件是 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续， $f(x)$ 在 (a,b) 内可导，且 $a < c < b$ 。这就是拉格朗日中值定理的通俗定义。

中值定理的几何意义如下图所示：



在曲线的两点间做一条割线，割线的斜率就是 $(f(b)-f(a))/(b-a)$ ， $f'(c)$ 是与割线平行的一条切线，与曲线相切于 c 点。

需要注意的是中值定理的前提条件，下面的曲线不满足中值定理：

随笔分类 (211)

- ★★资源下载★★(1)
- Java并发编程(1)
- 程序员的数学(24)
- 单变量微积分(31)
- 多变量微积分(24)
- 概率(24)
- 机器学习(27)
- 软件设计(1)
- 数据分析(6)
- 数据结构与算法(27)
- 随笔(5)
- 线性代数(34)
- 项目管理(2)
- 转载(4)

随笔档案 (205)

- 2021年2月(1)
- 2020年3月(2)
- 2020年2月(6)
- 2020年1月(4)
- 2019年12月(7)
- 2019年11月(15)
- 2019年9月(3)
- 2019年8月(6)
- 2019年7月(1)
- 2019年6月(8)
- 2019年5月(3)
- 2019年4月(5)
- 2019年3月(7)
- 2019年2月(3)
- 2019年1月(7)
- 更多

阅读排行榜

- 1. 使用Apriori进行关联分析（一）(29768)
- 2. 线性代数笔记12——列空间和零空间(28772)
- 3. FP-growth算法发现频繁项集（一）——构建FP树(24430)
- 4. 寻找“最好”（2）——欧拉-拉格朗日方程(23099)
- 5. 多变量微积分笔记3——二元函数的极值(22772)

评论排行榜

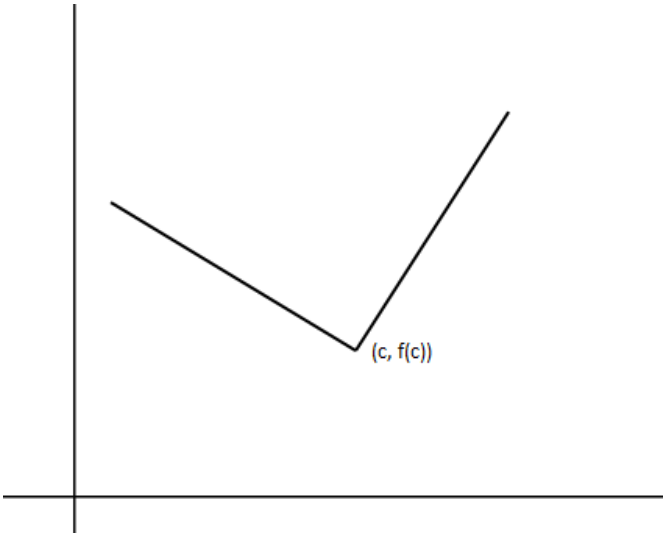
- 1. 隐马尔可夫模型（一）(8)
- 2. 线性代数笔记12——列空间和零空间(7)
- 3. 线性代数笔记3——向量2（点积）(7)
- 4. FP-growth算法发现频繁项集（一）——构建FP树(5)
- 5. 寻找“最好”（2）——欧拉-拉格朗日方程(4)

推荐排行榜

- 1. 寻找“最好”（2）——欧拉-拉格朗日方程(7)
- 2. FP-growth算法发现频繁项集（一）——构建FP树(7)
- 3. 线性代数笔记3——向量2（点积）(6)
- 4. FP-growth算法发现频繁项集（二）——发现频繁项集(5)
- 5. 隐马尔可夫模型（一）(5)

最新评论

- 1. Re:线性代数笔记3——向量2（点积）
如果点积小于0，即夹角小于90°，这个写错了吧。应该是夹角大于90°
--猫猫猫猫大人



函数虽然是连续的，但在 $x=c$ 点处不可导，中值定理要求函数在定义域范围内全部可导。

推论

- 1. 如果 $f' > 0$ ，则 f 递增
- 2. 如果 $f' < 0$ ，则 f 递减
- 3. 如果 $f' = 0$ ，则 f 是常数

其中1，2在[数学笔记7——曲线构图](#)中使用过，在讨论函数凹凸性时运用了这两个结论。现在用中值定理给出推论的证明。

证明推论1：

中值定理公式：

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$$
$$f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$$

由于 $b > a$ ， $f' > 0$ ，所以 $f(b) - f(a) > 0$ ， $f(b) > f(a)$ ，故 f 递增。

推论2，3的证明与1类似。

示例

示例1： $e^x > 1 + x$

证明当 $x > 0$ 时， $e^x > 1 + x$

令 $f(x) = e^x - (1 + x)$ ， $f'(x) = e^x - 1$

$f'(x)$ 单调递增， $f'(0) = 0$

$\therefore x > 0$ 时， $f'(x) > 0$ ， $f(x) = e^x - (1 + x)$ 递增

$\therefore f(0) = 0$ ， $f(x)$ 在 $x > 0$ 上递增

$\therefore e^x > 1 + x$

示例2： $e^x > 1 + x + x^2/2$

2. Re:线性代数笔记10——矩阵的LU分解写的很好，不过LU分解的前提是错的，LU分解只需要第三个条件，如果允许行置换就是下面写到的PLU，可以分解所有矩阵

--wiki3D

3. Re:单变量微积分笔记20——三角替换1 (sin和cos) 很nice

--尹保棕

4. Re:线性代数笔记24——微分方程和exp(At) 有些图片挂了呢

--ccchendada

5. Re:寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程

提个issue，最速降线中 $v = \{2gh\}^{1/2}$ 与配图不一致，建议以起点为原点，向右伸出x轴，向下伸出y轴建立坐标系

--trustInU

证明当 $x > 0$ 时， $e^x > 1+x+x^2/2$

令 $f(x) = e^x - (1 + x + x^2/2)$, $f'(x) = e^x - (1 + x)$

示例1已经证明 $f'(x) > 0$ ，所以 $f(x)$ 是递增的

$f(0) = 0$ ， $x > 0$ 时， $f(x) > 0$ ， $e^x > 1+x+x^2/2$

示例3: $\tan x > x$

证明当 $0 < x < \pi/2$ 时， $\tan x > x$

设 $f(x) = \tan x$, $f'(x) = \sec^2 x$ 根据中值定理:

$f(b) = f(a) + f'(c)(b - a)$, $a < c < b$

令 $a = 0, x = b < \pi/2$

$f(x) = f(0) + f'(c)(x - 0) = x \sec^2 c = \tan x$

当 $0 < c < \pi/2$ 时， $\sec^2 c = 1/\cos^2 c > 1$

$\therefore \tan x > x$

也可以令 $f(x) = \tan x - x$, $f'(x) = \sec^2 x - 1 > 0 \Rightarrow f(x)$ 在定义域内递增， $\tan x > x$

出处: 微信公众号 "我是8位的"

本文以学习、研究和分享为主，如需转载，请联系本人，标明作者和出处，非商业用途！

扫描二维码关注作者公众号 "我是8位的"



随笔

分类: [单变量微积分](#)

标签: [拉格朗日中值定理](#)

好文要顶

关注我

收藏该文



我是8位的

关注 - 5

粉丝 - 288

+加关注

0

推荐

0

反对

« 上一篇: [单变量微积分笔记9——牛顿迭代法](#)

» 下一篇: [单变量微积分笔记11——微分和不定积分](#)

posted on 2017-09-26 22:47 我是8位的 阅读(6488) 评论(0) 编辑 收藏 举报

[刷新评论](#) [刷新页面](#) [返回顶部](#) 登录后才能查看或发表评论, 立即 [登录](#) 或者 [逛逛](#) [博客园首页](#)

【推荐】华为 HWD 2022 故事征集, 分享最打动你的科技女性故事

【推荐】华为开发者专区, 与开发者一起构建万物互联的智能世界

cloud.e-iceblue.cn

JAVA Office

文档在线编辑

APIs

打开 >

编辑推荐:

- 革命性创新, 动画杀手铜 @scroll-timeline
- 戏说领域驱动设计 (十二) —— 服务
- ASP.NET Core 6框架揭秘实例演示[16]: 内存缓存与分布式缓存的使用
- .Net Core 中无处不在的 Async/Await 是如何提升性能的?
- 分布式系统改造方案 —— 老旧系统改造篇

#她的梦想在发光#
HWD科技女性故事有奖征集
活动时间: 2022年3月8日-3月18日

**最新新闻:**

- 乔布斯的创业搭档: 他缺乏工程师才能, 不得不锻炼营销能力来弥补
 - 美国大厂码农薪资曝光: 年薪18万美元, 够养家, 不够买海景房
 - 两张照片就能转视频! Google提出FLIM帧插值模型
 - Android 再推“杀手级”功能, 可回收 60% 存储空间
 - 溺在理财暴雷潮的投资人: 本金63万, 月兑25元不够卖菜
- [» 更多新闻...](#)

Powered by:

博客园

Copyright © 2022 我是8位的

Powered by .NET 6 on Kubernetes